

Задания, решения и комментарии 5-6 классы

Страница 1

1. Петя хочет переслать по электронной почте Васе секретный пароль X – десятизначное число. Посылать в незашифрованном виде он не хочет, т.к. знает, что почта может просматриваться. Как поступить ребятам?

Указание. Положительно оценивалось любое решение, в котором применялась кодировка, использующая разные коды Пети и Васи, которые может узнать каждый мальчик, зная только свою половину кода. Например, такое.

Решение. Петя прибавляет к числу X свой секретный код Y , который, кроме него никто не знает, даже Вася. Вася, получив число $X+Y$, прибавляет к нему свой секретный код Z и посылает результат обратно Пете. Тот, вычитая из числа $X+Y+Z$ свой секретный код Y и исходное число X , узнаёт секретный код Васи Z , которым ребята далее могут пользоваться, в частности, добавить его к X и послать Васе.

2. Шесть гномов подошли к подвесному мосту, способному выдержать не более двух гномов одновременно. По мосту можно идти только с фонарём. Поодиночке гномы переходят мост в одну сторону за разное время, соответственно за 1, 2, 2, 4, 4, 4 минуты. Когда идут вдвоем, то движутся со скоростью более медленного. Фонарь только один. За какое наименьшее число минут они все смогут переправиться на другую сторону моста? Требуется указать схему переходов и общее время. Обоснование минимальности можно не приводить.

Ответ: 19 мин.

Решение. Схема переходов: (1,2) (1) (4,4) (2) (1 2) (1) (1,4) (1) (1,2).

3. Проводится лотерея. Предлагаются два конверта, в которых находятся две суммы денег, причём в одном из конвертов сумма отличается от суммы в другом конверте ровно в два раза. Никакие действия (измерительные и т. п.) совершать с конвертами нельзя. Можно выбрать один конверт, посчитать в нем деньги, после чего сделать выбор — оставить этот конверт или взять другой конверт, желая получить большую сумму. Ваши действия?

Решение. Надо поменять конверт. Вероятности выиграть и проиграть одинаковы, но если в первом конверте лежит X рублей, то в случае успеха Вы получаете дополнительный выигрыш X рублей, иначе проигрываете $X/2$ рублей. Игра стоит свеч!

Комментарий. В этой задаче могли быть споры относительно реализации исходной ситуации, а именно, каким образом положить деньги в конверты, чтобы исходы X и $X/2$ были равновероятны. При проверке считалось, что эта равновероятность **как-то** достигнута (например, сначала помещают X рублей, а потом разыгрывают, что положить во второй – X или $X/2$).

4. Даны две таблицы:

За один ход разрешается переставить в первой таблице два столбца или две строки. Можно ли за несколько ходов получить из первой таблицы вторую? Если да, то как, если нет, то почему.

16	8	12	9
7	1	10	15
13	4	11	5
14	3	2	6

6	3	2	14
15	1	10	7
5	11	4	13
9	8	12	16

Ответ: нет.

Решение. Если два числа в первой таблице стоят в одной строке, то после любых перестановок они останутся в одной строке. То же про столбцы. Легко заметить, что числа 1 и 4 в первой таблице стоят в одном столбце, а во второй – в разных.

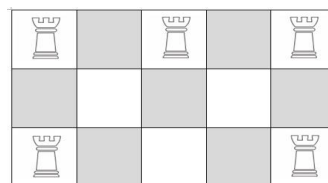
Задания, решения и комментарии 5-6 классы

Страница 2

5. На шахматной доске стоят несколько ладей. Докажите, что их можно раскрасить тремя цветами, чтобы одноцветные лады не стояли под боем друг друга.
Хватит ли для этого двух цветов?

Решение. Ладей в верхней горизонтали можно красить как угодно в три цвета (можно использовать даже два цвета). Далее, красим лады в следующих горизонталях слева направо. При окраске очередной ладьи может оказаться, что она под боем ладьи сверху и ладьи слева, которые уже покрашены. Красим её в тот цвет, которого нет у этих двух ладей.

Ответ на второй вопрос – нет. Пример фрагмента доски с пятью ладьями, которые в два цвета не красятся:



6. В теннисном турнире заявлено 16 участников. Известно, что в личной встрече всегда выигрывает более сильный игрок. Сколько надо сыграть игр, чтобы выделить

- А) одного победителя;
 - Б) победителя и второго по силе игрока;
 - В) тройку призёров (первого, второго и третьего)
- Пункты Б и В можно не обосновывать.

Ответ: А) 15; Б) 18; В) 21;

Решение. А) Чтобы однозначно определить победителя, каждый из остальных должен один раз проиграть. На это потребуется 15 игр.

Б) Если для определения победителя (этап 1) игры идут по олимпийской системе, то вторым может быть один из четырёх, проигравших победителю. Он определяется за 3 дополнительные игры по олимпийской системе (этап 2).

В) Третьим может быть один из тех, кто проиграл второму на этапе 2 или один из тех кто проиграл первому, но не играл со вторым.