

Код успеха-2021

Решения и критерии оценивания

Полный балл присуждается за эффективный алгоритм, т.е. решающий задачу за минимальное количество действий и используемой памяти. Для описания алгоритмов следует использовать обычный русский язык.

Алгоритмы решения всех задач должны сопровождаться их обоснованием. Иначе, задача оценивается только частью объявленных баллов.

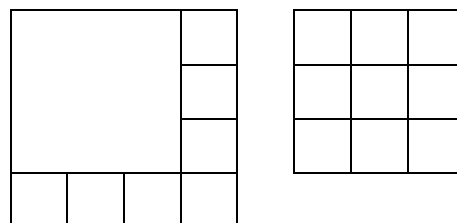
При использовании участниками/командами решения, полученного (скопированного, скопированного и переработанного) со сторонних сайтов, за решение выставляется 0 баллов.

1. (4 балла.) В массиве из 99 элементов записаны по одному разу числа от 1 до 100, кроме одного числа. Требуется указать, какого числа не хватает.

Алгоритм. Найти сумму элементов массива S . **Ответ:** $5050-S$. **Обоснование.** Если бы пропущенное число присутствовало, сумма была бы 5050. **Критерии.** Если используется дополнительная память, то оценка не выше 2 баллов.

2. (5 баллов.) Можно ли разрезать квадрат на 2021 более мелких квадратов. Если это возможно, укажите как. Решите эту же задачу, чтобы получить 2022 квадрата.

Алгоритм и обоснование. На картинке показано, как решить задачу, если надо получить 8 и 9 квадратиков. Если разделить один квадратик на 4, то получится решение задачи, где квадратиков на 3 больше. Таким образом, разделяя квадратик на первой картинке, мы можем получить решение для 8, 11, 14, ..., 2021.



Аналогичные разделения квадратиков на второй картинке даст нам решения для 9, 12, 15, ..., 2022. **Критерии.** Разобран только один случай – не более 3 баллов.

3. (6 баллов.) Вдоль прямой лежат 12 точек. Требуется начертить несколько непересекающихся (даже в концах) отрезков с концами в этих точках так, чтобы каждая точка лежала на каком-то отрезке. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: 89. **Решение.** Будем решать задачу с разным числом точек, сначала с двумя, затем с тремя и т.д. Ответ на задачу обозначим через $T(n)$, где n – количество точек. Очевидно, $T(1) = 0$, $T(2) = (3) = 1$. Пусть $n = 4$. Последнюю точку можно соединить с первой, второй и третьей точками. В первом случае вариант один, т.к. больше отрезков провести нельзя. В двух других случаях остаётся покрыть 1 и 2 точки. Для этих значений количество способов уже подсчитано и равно соответственно $T(1)$ и $T(2)$. Итак, имеем $T(4) = 1 + 0 + 1 = 2$. Аналогично, $T(5) = 1 + T(1) + T(2) + T(3) = 3$. $T(6) = 5$, $T(7) = 8$, $T(8) = 13$, $T(9) = 21$, $T(10) = 34$, $T(11) = 55$, $T(12) = 89$. **Критерии.** Если задача решается перебором, то необходимо доказать его полноту. Безошибочный перебор с обоснованием его полноты оценивается из 5 баллов. Пропуск хотя бы одного случая – 0 баллов.

4. (7 баллов.) В левом нижнем углу шахматной доски 8×8 стоит робот. На некоторых других клетках лежат шашки. Робот начинает движение вверх. Дойдя до шашки, он переворачивает шашку, поворачивает направо и продолжает движение. Если на своём пути робот шашек не встречает, он падает с доски. Требуется расположить на доске как можно больше шашек, чтобы робот перевернул каждую, и затем упал с доски.

Критерии. Это задача соревновательная.

Минимальное оцениваемое количество шашек – 15 (2 балла). Решения с более чем 40 шашками – 7 баллов. На рисунках показаны примеры с минимальной и максимальной оценками.

o					o
	o				o
		o		o	
			o	o	
			o		
		o		o	
	o				o
o					o

o	o	o	o	o	o
o		o		o	
o		o		o	
o	o	o		o	o
o	o	o		o	o
o		o		o	
o		o		o	
o	o	o	o	o	o

5. (8 баллов.) Среди 64 одинаковых шаров есть один радиоактивный. Есть детектор, в который можно положить любое количество шаров, и он покажет, есть ли среди них радиоактивный. К сожалению, детектор один раз может сделать ошибку и указать на наличие радиоактивности, когда её там нет. Требуется найти радиоактивный шар.

Решение. Будем применять алгоритм двоичного поиска на каждом шаге разделяя группу с радиоактивным шаром пополам. Если при каком-то испытании получен положительный ответ, повторяем это испытание. Таким образом, всего испытаний надо сделать на 1 больше, чем при обычном двоичном поиске, т.е. 7. **Критерий.** Оцениваются все правильные алгоритмы, в которых от 7 до 20 испытаний. Соответственно, от 8 до 1 балла.