

Код успеха-2021

Решения и критерии оценивания

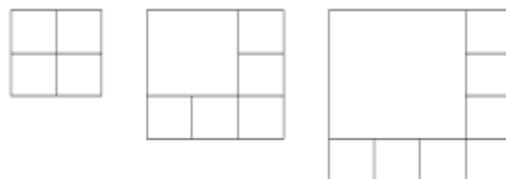
Полный балл присуждается за эффективный алгоритм, т.е. решающий задачу за минимальное количество действий и используемой памяти. Для описания алгоритмов следует использовать обычный русский язык.

Алгоритмы решения всех задач должны сопровождаться их обоснованием. Иначе, задача оценивается только частью объявленных баллов.

При использовании участниками/командами решения, полученного (скопированного, скопированного и переработанного) со сторонних сайтов, за решение выставляется 0 баллов.

1. (4 балла.) Квадрат надо разрезать на N более мелких квадратов. Если это возможно, укажите как.

Алгоритм и обоснование. На картинке показано, как решить задачу, если надо получить 4, 6 и 8 квадратиков. Если разделить один квадратик на 4, то получится решение задачи, где квадратиков на 3 больше. Таким образом, разделяя квадратик на первой картинке, мы можем получить решение для 4, 7, 10, 13, и т.д. Разделяя квадратик на второй картинке, мы можем получить решение для 6, 9, 12, 15, и т.д. Аналогичные разделения квадратиков на третьей картинке даст нам решения для 8, 11, 14, и т.д.



Критерии.

Разобраны не все перечисленные выше случаи – по 1 баллу за случай.

Рассмотрено только деление на чётное число квадратов : 2 балла.

2. (5 баллов.) На диагонали доски $N \times N$ стоят N шашек. За один ход можно выбрать пару шашек и одновременно сдвинуть их на одну клетку вниз. Требуется собрать все шашки на нижней горизонтали. Укажите, как это сделать.

Решение. Чтобы задача имела решение, необходимо чтобы общее количество сдвигов было чётным. Это может быть только в случаях, когда N даёт остатки 0 или 1 при делении на 4. В остальных случаях решений нет. **Алгоритм.** На каждом шаге выбираем две самые удалённые от нижней горизонтали шашки и сдвигаем их вниз на одну позицию.

Критерии.

Алгоритм не приводится, но говорится для каких N существует решение: **-4 балла**

Алгоритм приводится, но рассмотрен только случай для одного N : **-4 балла**

3. (6 баллов.) В массиве из 100 элементов должны были быть записаны по одному разу числа от 1 до 100. Оказалось, что при записи произошла ошибка, и одно число было записано дважды, а одно пропущено. Требуется указать, какого числа не хватает, а какое записано дважды.

Алгоритм. Найти сумму элементов массива S и сумму квадратов элементов Q . Разность $5050 - S$ указывает на разность дважды записанного числа и недостающего. Разность $2\ 030\ 100 - Q$ указывает на разность квадратов этих чисел. Итак, мы имеем систему двух уравнений с двумя неизвестными. Решая систему любым способом, получим ответ.

Обоснование. Если бы ошибки не было, сумма была бы 5050, а сумма квадратов 2 030 100.

Критерии:

Используется дополнительная память: **-4 балла.**

По массиву сделано более 2 проходов: **-5 баллов.**

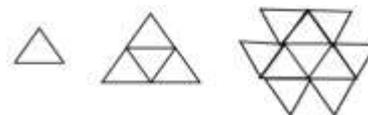
В решении используется сортировка: **-5 баллов.**

В решении используется произведение всех чисел: **-4 балла.**

4. (7 баллов.) У каждого из шести братьев есть по одному слитку золота разного веса. Они проживают в разных странах, в каждой из которых установлен свой курс золота по отношению к доллару. Чтобы увеличить семейный капитал, какие-то два брата иногда обмениваются своими слитками, чтобы суммарная стоимость золота возросла. Братья хотят, чтобы такие обмены продолжались как можно дольше. Укажите, при каком начальном распределении слитков между братьями и каким образом этого можно достичь? Курсы золота в странах не меняются.

Решение. Назовём пару братьев *правильной*, если обмен золотом между ними не приводит к увеличению капитала. Каждый обмен в неправильной паре уменьшает общее количество неправильных пар хотя бы на 1. Наибольшее количество неправильных пар, когда все пары неправильные. Это происходит, когда больше золота у того, кто живёт в стране с меньшим курсом золота. В этом случае неправильных пар 15. **Алгоритм.** За 5 первых обменов брат с меньшим слитком по очереди меняется с каждым братом в порядке возрастания массы золота. Самый большой слиток оказывается самым дорогим из возможных и больше в обменах не участвует. Затем то же проделывает брат со вторым по весу слитком, и т.д. **Критерии.** Если ответ и алгоритм правильные, но необоснованные, то 4 балла.

5. (8 баллов.) Учитель нарисовал на доске правильный треугольник T . Потом, на каждой стороне треугольника дорисовал ещё три таких же треугольника. Затем, на каждой стороне получившихся треугольников – ещё по треугольнику. И так он сделал N раз. Сколько всего треугольников равных T оказалось нарисовано. На рисунке показаны картинка исходного треугольника и то, что получилось после первого и второго раза.



Ответ. После N -го дорисовывания получается $3(N-1)N/2+1$. Это можно доказать методом математической индукции.

Критерии.

Отсутствует доказательство по индукции: **-2 балла.**

Формула получена, но содержит многоточия (формула суммы арифметической прогрессии не использована): **-1 балл.**

Получена только рекурсивная формула: **-2 балла.**