

Код успеха-2022

Указания по решениям и критерии оценки.

Все задачи оцениваются из 5 баллов

Основаниями для снижения балла – неполное обоснование или неэффективный алгоритм.

5-6 кл.

1. Юра "считает" дни недели следующим образом: понедельник – один, вторник – два, среда – три, четверг – четыре, пятница – пять, суббота – шесть, воскресенье – семь. Далее он меняет направление, суббота – восемь, пятница – девять, четверг – десять, среда – одиннадцать, вторник – двенадцать, понедельник – тринадцать. Далее опять меняет направление, вторник – четырнадцать, и т.д. На каком дне недели Юра назовёт число 2022?

Решение. Продолжив счёт (см. ниже), легко убедиться, что дни недели повторяются с периодом 12, т.е. числа вида $12k+1$ попадают на понедельник, вида $12k+2$ – на вторник, $12k+3$ – на среду, и т.д.

$2022 \bmod 12 = 6$, т.е. 2022 придётся не субботы.

пн	вт	ср	чт	пт	сб	вс	сб	пт	чт	ср	вт	пн	вт	...					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14						

2. На клетчатой доске стоят кони. Опишите алгоритм окраски этих коней в наименьшее возможное количество цветов, чтобы одинаково покрашенные кони не били друг друга (кони бьют по шахматным правилам).

Решение. Легко видеть, что на шахматной доске кони, стоящие на клетках одного цвета, не бьют друг друга, поэтому, двух цветов для решения задачи всегда хватает (кони красятся в цвет клетки, на которой стоят). Однако, если среди коней нет пары бьющих друг друга (что можно проверить), достаточно одного цвета.

3. В школьном автобусе едут 20 мальчиков и 22 девочки. На каждой остановке два школьника выходят и один входит, причём, если выходят два школьника одного пола, то входит мальчик, а если разных, то входит девочка. Кто последний останется в автобусе – мальчик или девочка?

Решение. Заметим, что после каждой остановки чётность количества мальчиков изменяется. До момента, когда в автобусе останется 1 школьник произойдёт 41 остановка, т.е. количество мальчиков станет нечётным. Значит, последним будет мальчик.

4. В доску требуется вбить 2022 гвоздика и некоторые пары гвоздиков соединить проводками, соблюдая следующие правила:

А. Одну пару гвоздиков можно соединять не более, чем одним проводком.

Б. От двух гвоздиков должно отходить по одному проводку, от двух – по два проводка, от двух – по три, и т.д., от двух – по 1011.

Опишите алгоритм, определяющий, можно ли это сделать и, если можно, то как.

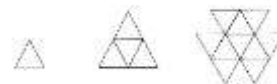
Решение. Вобъём в доску два ряда гвоздиков по 1011 штук. Получим следующую картинку:



Соединим два левых гвоздика с каждым гвоздиком противоположного ряда. Из этих двух гвоздиков выходят по 1011 проводков, а из всех остальных – по одному. Удалим два самых левых и два самых правых гвоздика вместе с проведёнными из них проводами, и

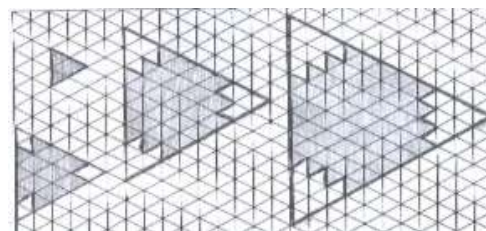
таким же образом будем решать аналогичную задачу для оставшихся 2018 гвоздиков. Легко убедиться, что в момент, когда останутся последние два гвоздика в 506-ом вертикальном ряду, от каждого из них отходит по 505 удалённых проводков. У пары гвоздиков удалённых слева отходящих от них проводков равно 1011, 1010, ..., 505. У удалённых справа --- 1, 2, 505. Остаётся соединить проводком два оставшихся гвоздика.

5. Юра рисует на доске правильные треугольники. На первом шаге – один. На втором шаге к каждой стороне пририсовывает ещё по одному треугольнику, на третьем – ещё по одному, и т.д. На рисунке показаны картинка, получившиеся после первого, второго и третьего шагов. Сколько треугольников, равных исходному, окажется нарисовано после 2022-го шага?



Ответ. 6129694.

Решение. Проследим за изменением получившейся фигуры за 2 шага. На рисунке показана фигура после 2, 4, 6 и 8 шагов. Легко заметить, а потом и доказать, что каждый раз фигуру можно вписать в треугольник со сторонами 2, 5, 8, 11 соответственно. Легко доказать, что эта закономерность будет продолжаться. Таким образом, после 2022-го шага фигура вписывается в треугольник со стороной 3032, содержащий 3032^2 треугольничков. Из большого треугольника надо вычесть треугольнички, попавшие в области около углов, общее число которых равно $3(1010^2+1010)$. Отсюда, ответ.



Смотри также альтернативный способ решения задачи 5 в категории «7-8 класс».