

1. Введение

«Как будет меняться период колебания маятника, состоящего из сосуда, подвешенного на длинной нити, если сосуд наполнен водой, которая постепенно вытекает через отверстие в дне сосуда?»

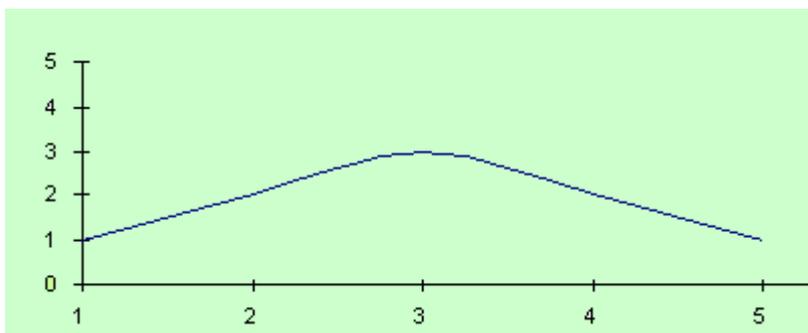
Ответ: "По мере вытекания жидкости из сосуда сначала центр тяжести жидкости, а, значит, и центр тяжести маятника будет опускаться и расстояние от центра тяжести до точки подвеса - увеличиваться. Поэтому вначале по мере вытекания воды будет постепенно расти период колебаний маятника.

Однако снижение центра тяжести сосуда с водой не происходит монотонно. Когда воды в сосуде мало, то при ее вытекании центр тяжести сосуда с водой может начать повышаться и период колебаний маятника уменьшаться. Это можно усмотреть хотя бы из того, что, когда вся вода вытечет из сосуда, центр тяжести маятника будет выше, чем в том случае, когда уровень воды в сосуде лежит несколько ниже центра тяжести самого сосуда. Такого немонотонного хода изменения периода колебаний происходить не будет, если центр тяжести самого сосуда находится в дне сосуда."

При изменении массы вещества в сосуде положение центра масс будет меняться. Следовательно, график зависимости периода колебания сосуда от времени наблюдения должен выглядеть так как показано на графике в

соответствии с формулой
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1).$$

График.



Мы решили проверить экспериментально какова зависимость периода колебания бутылки от времени наблюдения при изменения массы вещества,

содержащейся в ней.

2. Методы и содержание работы

Сосуд, колеблющийся на нити, это физический маятник. Одним из отличий его от математического является то, что длиной его подвеса считается расстояние от точки подвеса до центра масс подвешенного тела.

Эксперимент проводился с амплитудами, не превышавшими 1 см. Он состоял из нескольких серий по следующей методике.

Имитируя вытекание содержимого из бутылки в сериях 1 и 2 отливали равные объемы воды каждый раз рассчитывая периоды колебаний по формуле $T=t/N$. Для этого измеряли время (t) 50-ти колебаний (N). В серии 3 в качестве содержимого сосуда использовался песок.

Серия 1.

Мы подвесили на нитку длиной l стеклянную бутылку (0,5 л) массой 0.375 кг.

Измеряли высоту уровня жидкости h в бутылке от ее дна (на всякий случай) и рассчитывали длину подвеса физического маятника по формуле $l=T^2g/(4\pi^2)$. Кроме того длина подвеса для пустой бутылки была измерена от центра масс бутылки до точки подвеса для серии 1 и серий 2,3. В первом случае длина 0,58 м, во втором 0,36 м, что хорошо согласуется с расчетными длинами подвеса.

Данные результатов серии 1 смотреть в таблице 1.

Таблица 1

n/n	t(с)	h(м)	m(кг)	l(м)	T(с)
1	80	0,22	0,9	0,636	1,6
2	80	0,17	0,875	0,636	1,6
3	80	0,155	0,85	0,636	1,6
4	80	0,145	0,825	0,636	1,6
5	80	0,145	0,825	0,636	1,6
6	80	0,138	0,8	0,636	1,6

7	80	0,13	0,775	0,636	1,6
8	80	0,124	0,75	0,636	1,6
9	80	0,116	0,725	0,636	1,6
10	80	0,108	0,7	0,636	1,6
11	80	0,1	0,675	0,636	1,6
12	80	0,092	0,65	0,636	1,6
13	80	0,084	0,625	0,636	1,6
14	80	0,077	0,6	0,636	1,6
15	82	0,069	0,575	0,668	1,64
16	82	0,059	0,55	0,668	1,64
17	82	0,052	0,525	0,668	1,64
18	82	0,044	0,5	0,668	1,64
19	82	0,036	0,475	0,668	1,64
20	82	0,028	0,45	0,668	1,64
21	81	0,021	0,425	0,652	1,62
22	81	0,013	0,4	0,652	1,62
23	80	0,0	0,375	0,636	1,6

Серия 2.

Укоротив нить вдвое, была повторена серия 1, но доливали по 0.05 кг воды и число колебаний взяли по 25 (см. Таблицу 2).

Таблица 2

n/n	t(с)	h(м)	m(кг)	l(м)	T(с)
-----	------	------	-------	------	------

1	32	0,875	0,179	0,128	0,41
2	32	0,825	0,150	1,28	0,41
3	31	0,775	0,111	1,24	0,38
4	31	0,725	0,105	1,24	0,38
5	32	0,675	0,098	1,28	0,41
6	32	0,625	0,085	1,28	0,41
7	32	0,525	0,068	1,28	0,41
8	32	0,525	0,052	1,28	0,41
9	32	0,475	0,037	1,28	0,41
10	32	0,425	0,023	1,28	0,41
11	31	0,375	0,000	1,24	0,38

Серия 3.

Отсыпали песок по 0.087 кг (см. таблицу 3).

Таблица 3

n/n	t(с)	h(м)	m(кг)	l(м)	T(с)
1	31	0,19	1245	0,382	1,24
2	32	0,148	1158	0,407	1,28
3	32	0,13	1071	0,407	1,28
4	32	0,117	984	0,407	1,28
5	32	0,098	897	1,407	1,28
6	33	0,083	810	0,433	1,32

7	33	0,067	723	0,433	1,32
8	32	0,05	636	0,407	1,28
9	32	0,035	549	0,407	1,28
10	32	0,015	462,1	0,407	1,28
11	31	0	375	0,382	1,24

3. Результаты.

По данным опытов для каждой серии мы построили графики зависимости периода колебаний от разных параметров.

График 1

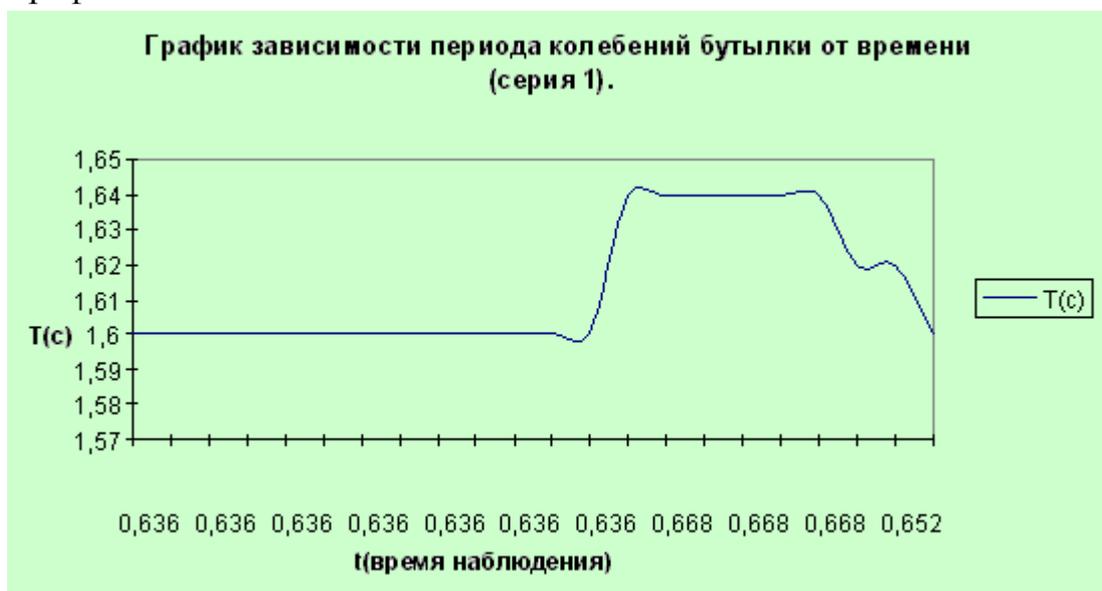


График 2



График 3



Из анализа графиков видно, что практика расходится с теорией. Сравним "серию 2" с "серией 3".

$M = 0.375$ кг (масса бутылки).

$m_2 = 0.5$ кг (наибольшая масса воды в бутылке)

$m_3 = 0.875$ кг (наибольшая масса песка в бутылке)

$m_2/M = 0.5$ кг / 0.375 кг = 1.33

$m_3/M = 0.875$ кг / 0.375 кг = 2.33

График больше похож на теоретический, когда отношение максимальной массы содержимого бутылки (m_2 , m_3) к массе самой бутылки (M) больше.

Проверить это предположение мы решили, повторив серию 2, но с "пластиковой" бутылкой. Ее масса 25,8 г, а объем 0,5 л. Это серия 4.

Серия 4.

Данные смотреть в таблице 4.

Таблица 4

n/n	t(с)	m(кг)	T(с)
1	66	0,57	1,32
2	66	0,526	1,32
3	66,5	0,476	1,33
4	67	0,426	1,34
5	67	0,376	1,34

6	68	0,326	1,36
7	69	0,276	1,38
8	70	0,226	1,4
9	70	0,176	1,4
10	70	0,126	1,4
11	69	0,076	1,38
12	66	0,026	1,32

(В этом случае периоды колебаний пустой и полной бутылок совпали!). По данным таблицы 4 построили график 4.

График 4



Обнаруженные расхождения между экспериментом и ответом к указанной задаче возможно связаны с влиянием момента инерции на период колебания физического маятника. Период его колебания можно вычислить по формуле,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg\ell}}$$

где:

I - момент инерции,

m - масса маятника,

g - ускорение свободного падения,

ℓ - длина подвеса.

Поэтому мы были вынуждены проверить, стоит ли учитывать влияние момента инерции на период колебания. Для этого был проведен опыт 1.

опыт 1

В качестве сосуда использовали резонаторный ящик от камертона. Сделали так, чтобы центр масс совпадал с геометрическим центром ящика.

Для этого: а) определили массу дна по формуле $m = \rho V$ (3), где ρ - плотность сосны, V -объем дна, который рассчитали по формуле $V = abc$ (4), где: a - длина дна, b - ширина дна, c - высота дна.

Подставив (4) в (3) получили $m = \rho abc$ (5). Измерив a , b , c и посмотрев плотность сосны в таблице, получили следующие данные:

$$\rho = 0,5 \text{ г/см}^3, \quad a = 7,9 \text{ см}, \quad b = 4 \text{ см}, \quad c = 0,9 \text{ см},$$

которые подставили в (5) и получили $m = 14 \text{ г}$.

б) с помощью весов отмерили кусочек пластилина $m = 14 \text{ г}$, разделили его на четыре равных части, сделали из них тонкие лепешки и прилепили их к верхним частям сторон ящика.

в) измерив время (t) 50-ти колебаний (N), по формуле $T = t/N$ (6) рассчитали период колебания (T_B) пустого ящика. $T_B = 1,18 \text{ с}$.

г) наполнили ящик песком, при этом его полная масса оказалась 1084г (масса песка 870г, масса пустого ящика 214г) и повторили опыт 1в).

Период колебания (T_G) полного ящика. $T_G = 1,16 \text{ с}$. $T_B/T_G = 1,18/1,16 = 1,017$.

д) измерили длину подвеса $l = 0,333 \text{ м}$ и рассчитали T_D по формуле (1)

$$T_D = 1,16 \text{ с} \quad (g = 9,8 \text{ м/с}^2).$$

Следовательно, при таких амплитудах колебания момент инерции не влияет на период колебания физического маятника, что позволяет пользоваться формулой (1).

Серия 5.

Повторение серии 3 с резонаторным ящиком от камертона. Данные смотреть в таблице 5.

Таблица 5

N	t(с)	I(М)	m(кг)	T(с)
1	58	0,334	1,084	1,16

2	58	0,334	0,997	1,16
3	59	0,346	0,910	1,18
4	59	0,346	0,823	1,18
5	60	0,358	0,736	1,2
6	60	0,358	0,649	1,2
7	60	0,358	0,562	1,2
8	60	0,358	0,475	1,2
9	60	0,358	0,231	1,2
10	59	0,346	0,301	1,18
11	59	0,346	0,301	1,214

По данным опытов серии 5 построили график 5.

График 5



4. Выводы

1. При амплитудах колебания не превышающих 1 см момент инерции физического маятника не влияет на период его колебания.

2. С увеличением отношения массы вещества, содержащегося в сосуде, к массе самого сосуда график зависимости периода его колебаний от времени наблюдения, при вытекании этого вещества, больше похож на указанный в исследуемой задаче.